Triangles : milieux et parallèles, théorème de Thalès

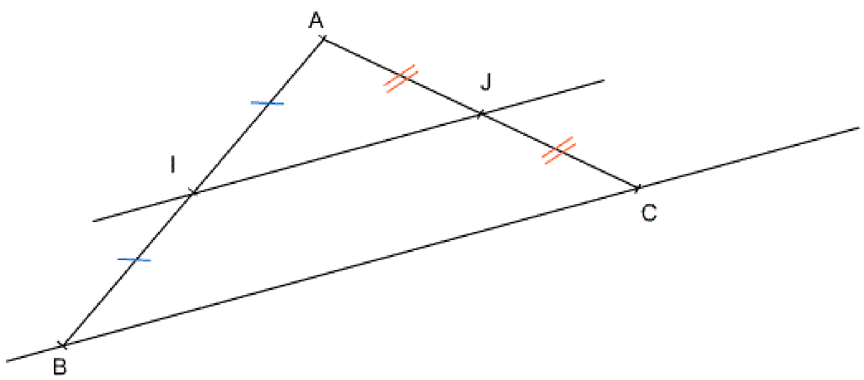
Fiche relue en 2016

1. Droite passant par les milieux de deux côtés

a) Parallélisme

Dans un **triangle**, la droite passant par les **milieux de deux côtés** est **parallèle au troisième côté**.

Exemple :



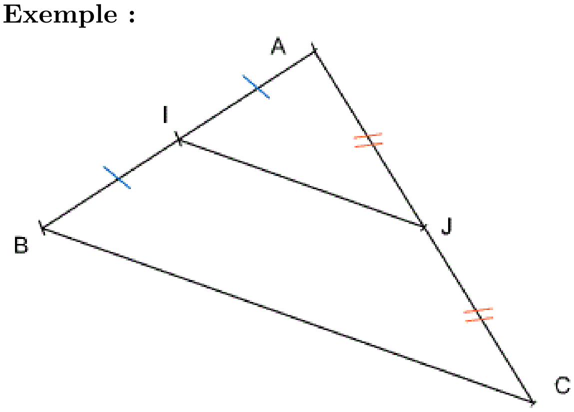
Dans le triangle ABC, **sachant que** I est le milieu de [AB] et J le milieu de [AC], **on déduit que** (IJ) est parallèle à (BC). **(IJ) // (BC)**

Cette propriété peut permettre de **montrer que deux droites sont parallèles**.

b) Longueur

Dans un **triangle**, le segment joignant les **milieux de deux côtés** a une **longueur** égale à **la moitié** de celle du **troisième côté**.

Exemple :



La propriété donne l'égalité $IJ = \frac{1}{2}BC$
Dans le triangle ABC, **sachant que** I est le milieu de [AB] et J le milieu de [AC], on déduit que $IJ = \frac{1}{2}BC$.

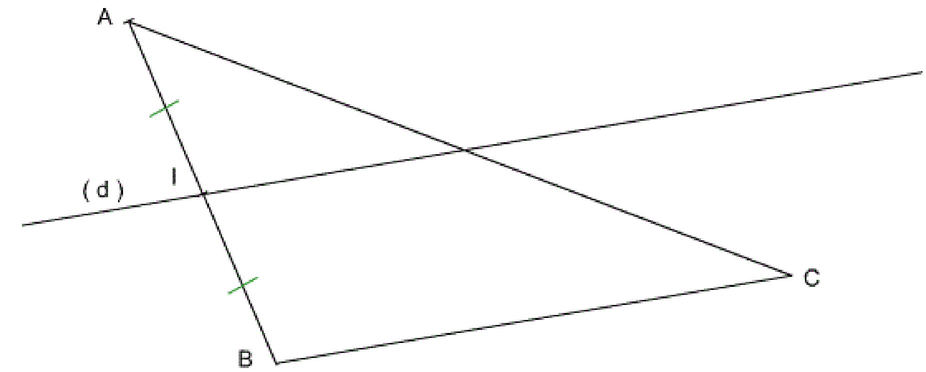
Par exemple, si BC = 7 cm, alors IJ = 3,5 cm.

Cette propriété peut permettre de **calculer des longueurs**.

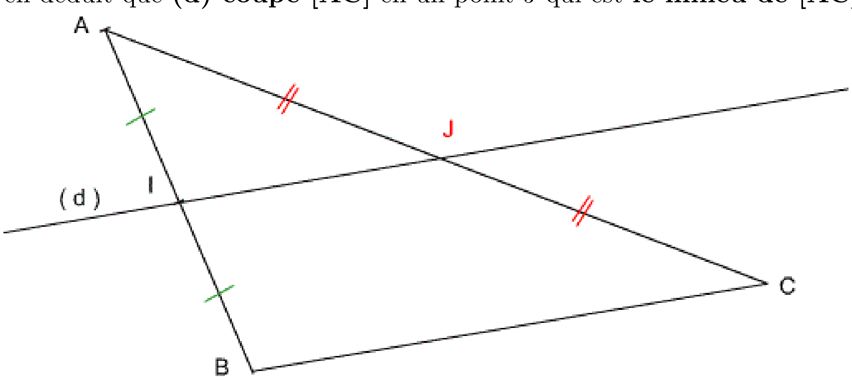
2. Droite passant par le milieu d'un côté et parallèle à un autre côté

Dans un **triangle**, la droite **passant par le milieu d'un côté** et **parallèle** à un autre côté **coupe le troisième côté** en son **milieu**.

Exemple :
On a :



Dans le triangle ABC, si I est le **milieu de [AB] et (d)** est la droite **passant par I parallèle à (BC)**, on en déduit que **(d) coupe [AC]** en un point J qui est **le milieu de [AC]**.



On déduit :

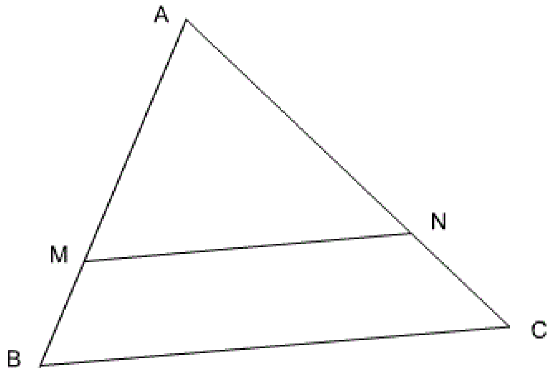
Cette propriété peut permettre de démontrer qu'un **point est le milieu d'un segment**.

3. Théorème de Thalès

Dans un **triangle ABC**, si **M est un point de [AB]** et **N est un point de [AC]** tels que **(MN) // (BC)**, alors les longueurs vérifient **l'égalité de Thalès** :

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

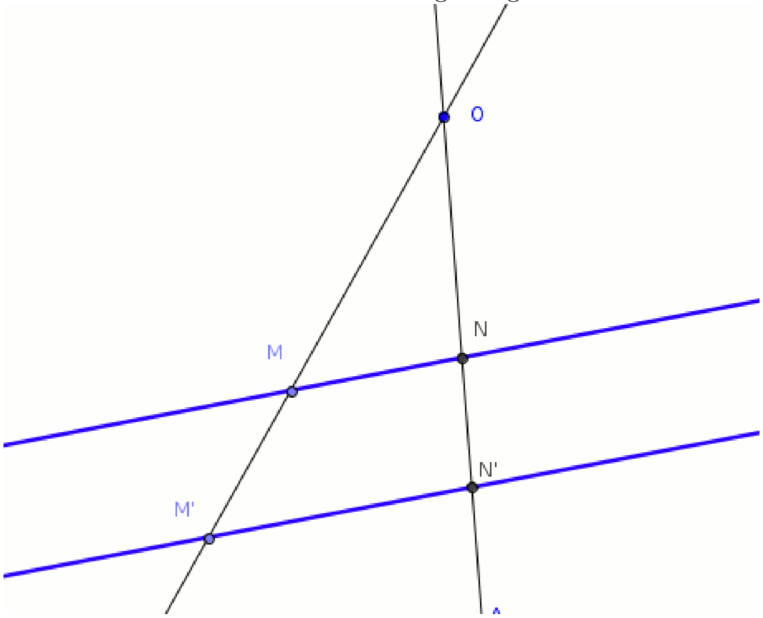
Exemple :



Sachant que (MN) // (BC), **on déduit** l'égalité $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Autrement dit, les longueurs du triangle AMN sont **proportionnelles** aux longueurs du triangle ABC.

Le théorème de Thalès dans un triangle se généralise dans l'énoncé suivant :



Si deux droites parallèles coupent deux demi-droites de même origine :
l'origine et les points d'intersection vérifient l'égalité :

$\frac{OM}{OM'} = \frac{ON}{ON'} = \frac{MN}{M'N'}$

Les triangles OMN et OM'N' ainsi formés ont des longueurs **proportionnelles**.