

Cercle Circonscrit à un triangle rectangle - Cours de maths 4ème

1. Cercle circonscrit à un triangle

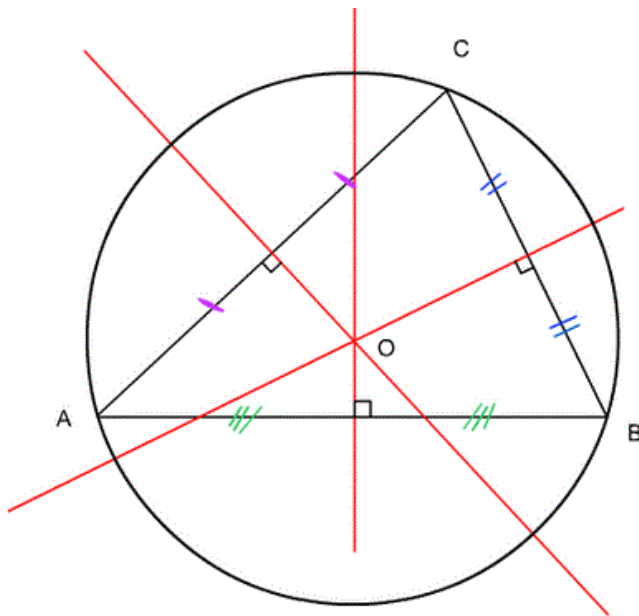


Le **cercle circonscrit** à un triangle est le cercle qui **passé par les trois sommets du triangle**.

Quel que soit le triangle, les **médiatrices** des trois côtés **se coupent en un seul et même point** : on dit qu'elles sont **concourantes**.

Le **point de concours** des trois médiatrices est le **centre du cercle circonscrit**.

Pour tracer le cercle circonscrit, il suffit de tracer deux médiatrices, de pointer le compas sur le point d'intersection et de l'écarté jusqu'à un sommet du triangle, puis tracer le cercle.



Sur la figure ci-dessus, les trois droites rouges sont les trois médiatrices du triangle. Leur point de concours O est le centre du cercle circonscrit.

2. Cas du triangle rectangle

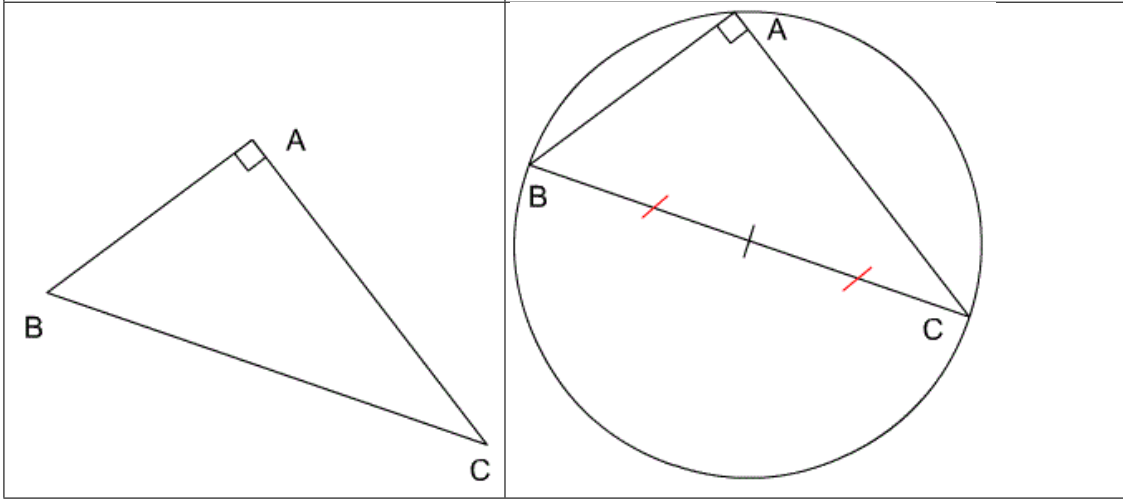


Le **cercle circonscrit** à un triangle rectangle a **pour centre le milieu de son hypoténuse**.

L'**hypoténuse** du triangle est un **diamètre de son cercle circonscrit**.

Sachant que ABC est un triangle rectangle en A

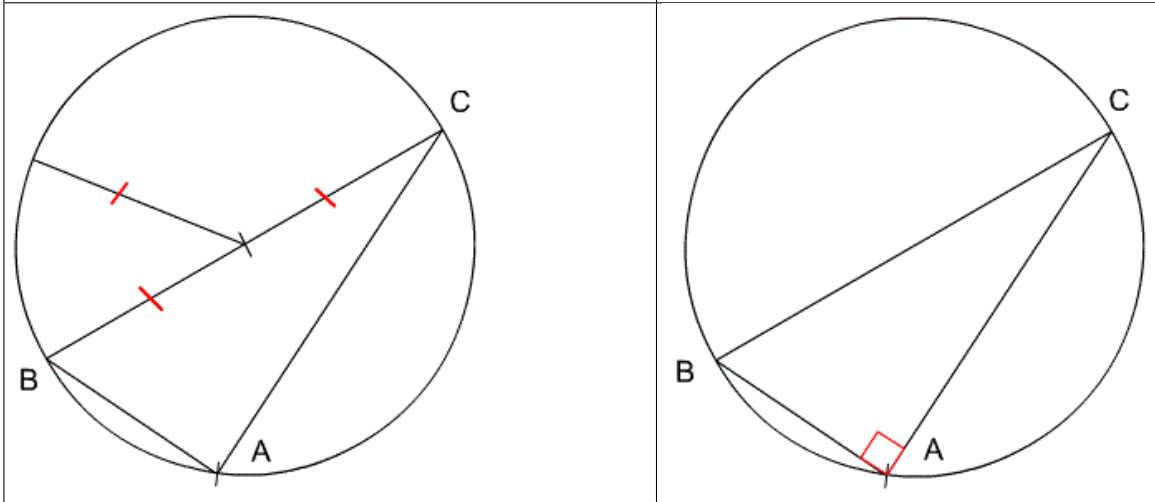
On déduit que le cercle circonscrit à ABC est le cercle de diamètre [BC]



Inversement, **si** le cercle circonscrit à un triangle a pour diamètre un de ses côtés (soit pour centre le milieu d'un côté), **alors** ce triangle est rectangle.

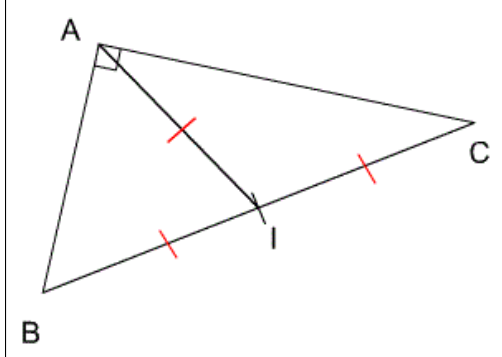
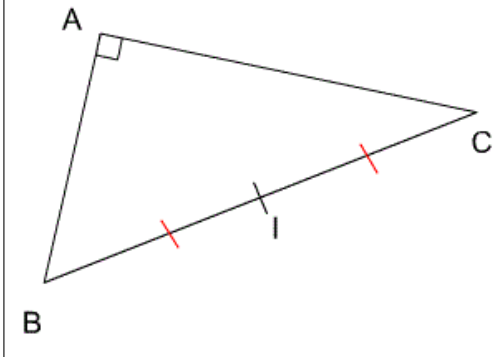
Sachant que le cercle circonscrit au triangle ABC a pour diamètre le coté [BC]

On déduit que le triangle ABC est rectangle en A.



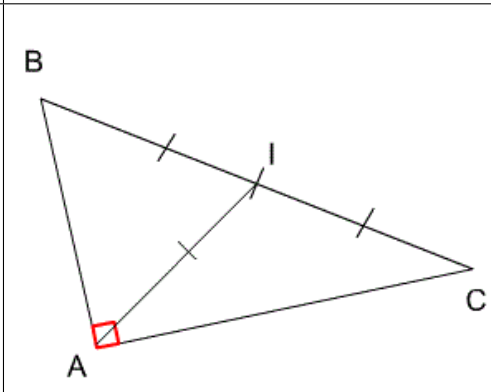
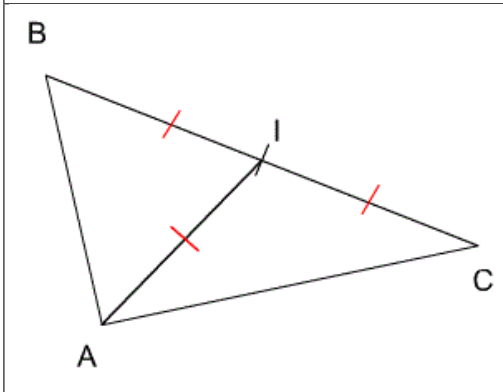
Dans un triangle rectangle, la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse (c'est-à-dire au rayon du cercle circonscrit).

Sachant que ABC est un triangle rectangle en A, et que I est le milieu de [BC] On déduit que $AI = \frac{1}{2}BC$ et $AI = BI = CI$



Inversement, si dans un triangle, la longueur d'une médiane est égale à la moitié de la longueur du côté qu'elle coupe en son milieu, alors ce triangle est rectangle, et le côté correspondant est l'hypoténuse du triangle.

Sachant que dans ABC où I est le milieu de [BC], on a $AI = BI = CI$ On déduit que ABC est rectangle en A.



3. Point d'un cercle de diamètre donné

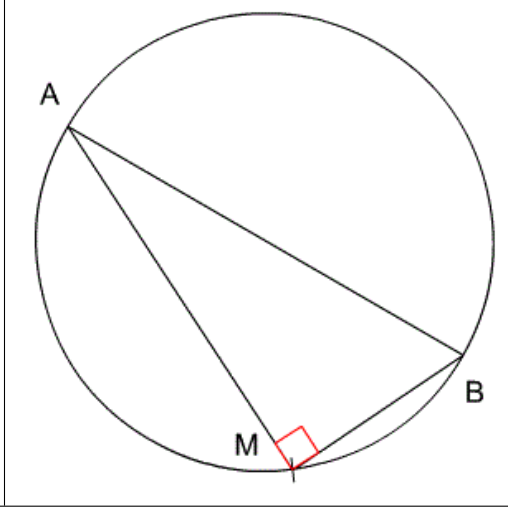
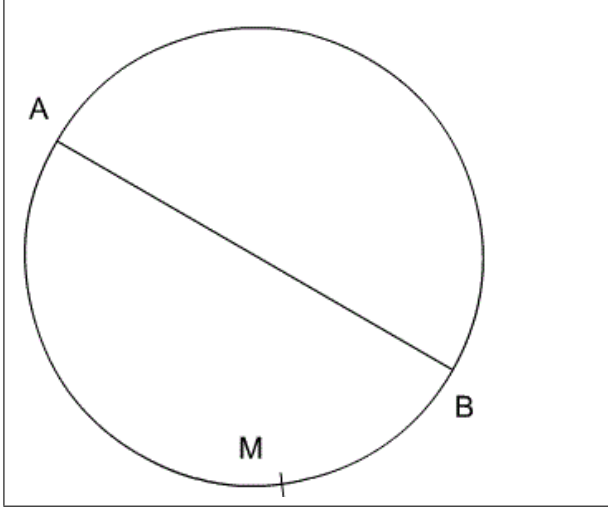


Soit un segment [AB]

Si M est un point du cercle de diamètre [AB], alors \widehat{AMB} est un angle droit.

Sachant que M est un point du cercle de diamètre [AB]

On déduit que \widehat{AMB} est un angle droit.



Sachant que \widehat{AMB} est un angle droit

On déduit que M appartient au cercle de diamètre [AB]

