opérations sur les nombres relatifs en écriture décimale

1. Rappel de définitions sur les nombres relatifs



Un nombre relatif est un nombre composé d'un signe + ou - suivi d'un nombre appelé distance à zéro ou valeur absolue.

Les nombres de signe + sont les nombres positifs, on peut omettre le signe + pour les écrire.

Les nombres de signe - sont les nombres négatifs.

Le nombre zéro noté 0 est à la fois positif et négatif.

Deux nombres relatifs de même distance à 0 et de signes différents sont des nombres opposés.

Exemples:

-9,2 est un nombre négatif dont la distance à 0 est 9,2.

4,7 est un nombre positif dont la distance à 0 est 4,7.

-5 et 5 sont deux nombres relatifs opposés.

2. Addition de deux nombres relatifs



La somme de deux nombres relatifs de même signe a le même signe que les deux nombres, et une distance à zéro égale à la somme des distances à zéro des deux nombres.

Exemples:

$$-4.5 + (-7.2) = -(4.5 + 7.2) = -11.7$$



La somme de deux nombres relatifs de signes opposés a le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro, et une distance à zéro égale à la différence des distances à zéro des deux nombres.

Exemples:

18 + (-15): la somme aura le signe + car 18 > 15

18 + (-15) = +(18 - 15) = +3 = 3

(-34) + 29: la somme aura le signe - car 34 > 29

(-34) + 29 = -(34 - 29) = -5

3. Soustraction de nombres relatifs



Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

Exemples:

4 - 7 = 4 + (-7): le résultat a le signe - car 7 > 4

$$4 - 7 = -(7 - 4) = -3$$

$$-5 - (-7) = -5 + (+7) = -5 + 7$$
: le résultat a le signe + car $7 > 5$

$$-5 - (-7) = +(7 - 5) = +2 = 2$$

4. Multiplication de nombres relatifs



Le produit de deux nombres relatifs **de même signe est un nombre positif** dont la distance à 0 est le produit des distances à 0 des deux nombres.

Le produit de deux nombres relatifs **de signes opposés est un nombre négatif** dont la distance à 0 est le produit des distances à 0 des deux nombres.

C'est la règle des signes :

- \bullet + par + donne +
- \bullet + par donne -
- \bullet par + donne -
- - par donne +

Exemples:

$$(-7) \times 4 = -7 \times 4 = -28$$

$$(-5) \times (-3) = +5 \times 3 = 15$$



Produit de plusieurs nombres :

Le produit de **plusieurs nombres relatifs** est un nombre dont la distance à 0 est le produit des distances à 0 de tous les nombres.

S'il y a un nombre pair de nombres négatifs dans le produit, le résultat est positif.

S'il y a un nombre impair de nombres négatifs dans le produit, le résultat est négatif.

Exemples:

$$(-4) \times 5 \times (-6) \times (-5)$$
 sera négatif, car il y a 3 nombres négatifs sur les 4 facteurs, et 3 est impair.

$$(-4) \times 5 \times (-6) \times (-5) = -(4 \times 5 \times 6 \times 5) = -600$$

$$(-4) \times 5 \times (-3) \times (-5) \times (-1,2)$$
 sera positif, car il y a 4 nombres négatifs sur les 5 facteurs, et 4 est pair.

$$(-4) \times 5 \times (-3) \times (-5) \times (-1,2) = + (4 \times 5 \times 3 \times 5 \times 1,2) = +360 = 360$$

5. Quotient de nombres relatifs



Le quotient de **deux nombres relatifs de même signe** est un nombre **positif** dont la distance à 0 est le quotient des distances à 0 des deux nombres.

Le quotient de **deux nombres relatifs de signes opposés** est un nombre **négatif** dont la distance à 0 est le quotient des distances à 0 des deux nombres.

Exemples:

$$\frac{12}{-4} = -\frac{12}{4} = -3$$

$$\frac{-35}{-7} = +\frac{35}{7} = -5$$

6. Enchaînement d'opérations et règles de priorité



Dans un calcul mathématique combinant plusieurs opérations, il faut effectuer les opérations en respectant les **règles de priorité**.

- 1. S'il y a des parenthèses ou des crochets, on effectue d'abord le calcul dans les parenthèses et crochets. S'il y a des parenthèses ou crochets à l'intérieur de parenthèses ou crochets, on commence par les parenthèses et crochets les plus intérieurs.
- 2. On effectue ensuite les multiplications et les divisions de gauche à droite.
- 3. On termine par les additions et les soustractions de gauche à droite.

On dit que multiplication et division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction.

Exemples:

$$A = 12 - [-4 + (-12) : 6] \times [15-7 \times (-5)] : 30$$

On effectue d'abord le calcul des crochets. Dans le premier, d'abord la division prioritaire sur l'addition, et dans le second, d'abord la multiplication prioritaire sur la soustraction.

$$A = 12 - [-4 + (-2)] \times [15 - (-35)] : 30 = 12 - [-6] \times [50] : 30$$

Dans l'expression restante, on effectue d'abord la multiplication du second terme, puis la division (de gauche à droite)

$$A = 12 - (-300) : 30 = 12 - (-10)$$

Il reste la dernière soustraction:

$$A = 12 - (-10) = 12 + 10 = 22$$