Opérations

Cours de mathématiques niveau Sixième

1. L'addition

L'addition est l'opération qui permet de calculer la somme de nombres.
On utilise l'addition pour ajouter des nombres et des quantités.
Les nombres additionnés sont les termes de l'addition, et le résultat s'appelle la somme.

a) Propriétés

On peut modifier l'ordre des termes d'une addition, pour simplifier le calcul.
Exemple : $7,3 + 49,2 + 12,7 = (12,7 + 7,3) + 49,2 = 20 + 49,2 = 69,2$

b) Technique du calcul posé

On écrit les termes les uns en dessous des autres, en prenant soin de mettre unités en dessous des unités, dizaines en dessous des dizaines, etc.
Si les termes sont des nombres décimaux, on place les virgules les unes en dessous des autres. Si un terme a moins de décimales que les autres, on le complète avec des 0.

Exemple : Soit à calculer la somme 34,65 + 9,7

	1	1			
	3	4	,	6	5
+		9	,	7	0
	4	1**4**	**,**	1**3**	**5**

$34,65 + 9,7 = 44,35$

c) Avec des unités de mesures

Si on additionne des nombres qui ont une unité de mesure, il faut convertir tous les termes dans la **même unité de mesure**.

Exemple : 2 km + 420 m = 2000 m + 420 m = 2420 m. (soit 2,42 km)
Dans le cas de durée, attention, 1h40 n'est pas 1,40 h.

Exemple :
1h40 + 2h30 = 1h + 40 min + 2h + 30 min = 1h + 2h + 40 min + 30 min
= 3 h + 70 min = 3h + 60 min + 10 min = 3 h + 1 h + 10 min
= 4h10

2. La soustraction

La soustraction est l'opération qui permet de calculer la **différence** entre deux nombres.
On utilise la soustraction pour **retirer** des nombres et des quantités.
Les nombres sont les **termes** de la soustraction, et le résultat s'appelle la **différence**.

a) Propriétés

Le premier nombre **doit être plus grand** que le deuxième pour que la soustraction soit possible.
Contrairement à l'addition, l'ordre des termes est important, **on ne peut pas le modifier**.

b) Technique du calcul posé

Comme pour l'addition, on écrit les termes les uns en dessous des autres, en prenant soin de mettre l'unité en dessous de l'unité, la dizaine en dessous de la dizaine, etc.
Si les termes sont des nombres décimaux, on place les virgules l'une en dessous de l'autre. Si un terme a moins de décimales que l'autre, on le complète avec des 0.

Exemple : Soit à calculer 35,3-22,64

	3	5	,	13	10
–	2	2	,	6	4
		1		1	
	1	**2**	**,**	**6**	**6**

$35,3 - 22,64 = 12,66$

c) Avec des unités de mesures

Comme pour l'addition, les nombres qui ont une unité de mesure, doivent être convertis dans la même unité de mesure pour effectuer une soustraction.

Exemple : 1,2 kg - 320 g = 1200 g - 320 g = 880 g (ou 0,88 kg)

3. La multiplication

Les nombres multipliés sont les facteurs de la multiplication, et le résultat s'appelle le produit.

a) Propriétés

On peut modifier l'ordre des facteurs d'une multiplication, pour simplifier le calcul.
Exemple : $5 \times 17 \times 2 = 17 \times (2 \times 5) = 17 \times 10 = 170$

b) Technique du calcul posé

On écrit les deux facteurs l'un en dessous de l'autre **sans tenir compte des virgules** s'il y en a.
On effectue la multiplication.
Si les facteurs sont décimaux, on additionne le total du nombre de chiffres après la virgule des deux facteurs, la virgule du résultat est placé en fonction.

Exemple : soit à calculer $7,45 \times 3,2$

			7,	4	5
		X		3,	2
		1	4	9	0
+	2	2	3	5	0
	2	3,	8	4	0

La virgule est placé après le 3ème chiffre du résultat en partant de la droite, car 7,45 a 2 décimales, 3,2 en a 1 et 2+1=3.
On a donc : $7,45 \times 3,2 = 23,84$

c) Avec des unités de mesures

Contrairement à l'addition et la soustraction, on peut multiplier des nombres avec des unités de mesures différentes. Attention : si les deux nombres sont de même nature, par exemple deux longueurs, on les convertit dans la même unité.
Exemple : $2 \text{ m} \times 50 \text{ cm} = 2 \text{ m} \times 0,5 \text{ m} = 1 \text{ m}^2$
Ici l'unité du produit est le mètre carré (m^2).

d) Multiplication par 10, 100, 1000 et 0,1, 0,01 0,001

Pour multiplier par 10, 100 ou 1000 on décale la virgule vers la droite 1, 2 ou 3 fois. S'il n'y a plus de décimales on ajoute des 0.

Exemples : $5,1247 \times 1000 = 5124,7 \qquad 2,1 \times 100 = 210$

Pour multiplier par 0,1, 0,01 ou 0,001, on décale la virgule vers la gauche 1, 2 ou 3 fois.

Exemples : $512,47 \times 0,01 = 5,1247 \qquad 25 \times 0,001 = 0,025$

4. La division

a) La division euclidienne

La division euclidienne d'un nombre **entier** (appelé **dividende**) par un nombre **entier** (appelé **diviseur**) donne le **quotient** et le **reste**.
On a : **dividende** = **quotient** x **diviseur** + **reste** avec **reste** < **diviseur**
Le quotient est le nombre de fois où l'on peut mettre le diviseur dans le dividende.
Si le reste vaut 0, on dit que le dividende est **divisible** par le diviseur ou que le dividende est un **multiple** du diviseur.

b) Technique du calcul posé

On écrit le dividende à gauche du diviseur. Il faut connaître la table de multiplication du diviseur !

Exemple : division euclidienne du dividende 427 par le diviseur 8 :

Exemple : division euclidienne du dividende 427 par le diviseur 8 :

	4	2	7	8	
–	4	0		53	combien de fois 8 dans 42 ? on écrit d'abord 5, car 5 x 8 = 40 et on soustrait 40 de 42
		2	7		il reste 2, on abaisse 7. combien de fois 8 dans 27 ? on écrit dans le quotient 3, car 3 x 8 = 24
		2	4		On soustrait 24 de 27, il reste 3 il n'y a plus de chiffre à abaisser, la division euclidienne est terminé.
			3		

Le quotient de 427 par 8 est 53 et il reste 3 (avec $3 < 8$).

c) Divisibilité par 2, 3, 4, 5, 9 et 10

Un nombre entier est divisible par 2 s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8. (c'est un nombre pair).
Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
Un nombre entier est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
Un nombre entier est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
Un nombre entier est divisible par 10 s'il se termine par 0.

Exemples : 345 est divisible par 3, car 3+4+5=12=3x4, mais il n'est pas divisible par 9.
7512 est divisible par 4, car le nombre formé de ses deux derniers chiffres 12 est divisible par 4.

c) La division décimale

La division décimale d'un nombre **entier ou décimal** (appelé **dividende**) par un nombre **entier** (appelé **diviseur**) donne le **quotient**.
On a : **dividende** = **quotient** x **diviseur**
Le quotient est la solution de la multiplication à trou : dividende = ? ?... x diviseur

d) Technique du calcul posé

C'est la même technique que pour la division euclidienne. Quand il n'y a plus de chiffre à abaisser, on abaisse 0. Quand on arrive à la virgule du dividende, on place une virgule dans le quotient. Il arrive qu'on obtienne un reste 0 et la division est terminée. Mais il se peut que le reste ne soit jamais 0. Dans ce cas, on n'a qu'une valeur approchée du quotient.

Exemple :

	4	2,	7		8	
–	4	0			5,33	on écrit d'abord 5, car 5 x 8 = 40 et on soustrait 40 de 42.
		2	7			il reste 2, on abaisse 7. Comme 7 est après la virgule dans le dividende, on écrit une virgule dans le quotient. Puis on écrit dans le quotient 3, car 3 x 8 = 24
	–	2	4			On soustrait 24 de 27, il reste 3 on abaisse 0 comme il n'y a pas de centième dans 42,7
			3	0		On écrit 3 dans le quotient, car il 3 fois 8 dans 30
		–	2	4		
				6		

Le reste n'était pas 0 quand on s'est arrêté. 5,33 est donc la **valeur approchée** par défaut au centième du quotient de 42,7 par 8.