Calcul Littéral

1 - Expressions littérales

Une **expression littérale** est un calcul mathématique avec des **nombres** et des **lettres**.
Les **lettres représentent des nombres** que l'on ne connaît pas a priori.

Exemples :
Les formules de calcul sont données par des expressions littérales.

Le périmètre d'un cercle de rayon r est 2 x Π x r	La lettre r représente le rayon du cercle. Le périmètre s'exprime **en fonction** du rayon.
L'aire d'un rectangle de longueur L et largeur ℓ est $L \times \ell$	La lettre L représente la longueur et la lettre ℓ la largeur du rectangle. L'aire s'exprime **en fonction** de la longueur et la largeur.

2 - Simplifications d'écriture

Le signe **x** de la multiplication **n'est pas obligatoire** s'il n'est pas devant un nombre.

Exemples
Le périmètre du cercle de rayon r s'écrit plus simplement 2 Π r
L'expression $3 \times (x + 5)$ peut s'écrire $3(x + 5)$.

$a \times a = a^2$ et $a \times a \times a = a^3$
a^2 se lit a au carré, et a^3 se lit a au cube.
Le facteur a est utilisé deux fois, et on parle "du carré de a" ; le facteur a est utilisé 3 fois et on parle "du cube de a".

Si dans une multiplication, un facteur est 1, il peut être supprimé : $1 \times a = a$.

3 - Distributivité de la multiplication

a) Distributivité

La multiplication est **distributive par rapport à l'addition et à la soustraction**.
Pour n'importe quels nombres k, a et b, on a :
$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ ou $k(a + b) = ka + kb$
$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ ou $k(a - b) = ka - kb$
Passer de $k \times (a + b)$ à $ka + kb$ se dit **développer** l'expression.
Passer de $ka + kb$ à $k \times (a + b)$ se dit **factoriser** l'expression.

Exemple :
$7 \times (x - 4) = 7 \times x + 7 \times (-4) = 7 \times x - 28 = 7x - 28$
$10x^2 + 40x = (10x)x + (10x) \times 4 = 10x(x + 4)$
$6x - 6 = 6 \times x - 6 \times 1 = 6(x - 1)$

b) Réduction d'une expression littérale

Réduire une expression, c'est trouver une expression égale avec le moins de termes possible.

On utilise la distributivité pour simplifier l'expression quand cela est possible :
$15x + 3x - 8x = 15 \times x + 3 \times x - 8 \times x = (15 + 3 - 8) \times x = 10 \times x = 10x$

Si l'expression contient des **puissances différentes**, on fait le regroupement par puissance sans les mélanger.

Exemples :
$A = 3x^3 - 2x^2 + x - 7 - 5x^3 + 5x^2 + 4x + 11$
On regroupe les cubes, les carrés, les x simples et les nombres :
$A = 3x^3 - 5x^3 - 2x^2 + 5x^2 + x + 4x - 7 + 11$
On applique la distributivité :
$A = (3-5)x^3 + (-2+5)x^2 + (1+4)x + (-7+11)$
$A = -2x^3 + 3x^2 + 5x + 4$

c) Supprimer une parenthèse précédée du signe +

Ajouter une somme revient à ajouter chacun de ses termes : on peut supprimer la parenthèse.
$a + (b + c) = a + b + c$

Exemples :
$2x + (3 + 5x) = 2x + 3 + 5x = (2+5)x + 3 = 7x + 3$
$7x + (-3 - 5x) = 7x + (-3) - 5x = (7-5)x - 3 = 2x - 3$

d) Supprimer une parenthèse précédée du signe -

Soustraire une somme revient à soustraire chacun de ses termes : on peut supprimer la parenthèse en changeant le signe de chacun de ses termes.
$a - (b + c) = a - b - c$
$a - (b - c) = a - b + c$

Exemples :
$2x - (2x + 3y) = 2x - 2x - 3y = -3y$
$-3x - (7 - 5x) = -3x - 7 + 5x = (-3+5)x - 7 = 2x - 7$

e) Double distributivité

Pour tous nombres relatifs, a, b, c, d, on a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples :
Développer $F = (2x + 5)(y - 2)$
$F = 2x \times y + 2x \times (-2) + 5 \times y + 5 \times (-2)$
$2xy + (-4x) + 5y + (-10)$
$2xy - 4x + 5y - 10$