

Identités Remarquables : Développement



Rappel : Identités remarquables

Pour tous les nombres a et b , on a :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Remarques :

1. La lecture de ces résultats de gauche à droite comme écrit ci-dessus permettent de développer des produits.

Une lecture de droite à gauche permettrait de factoriser des expressions. Effectivement, on obtient alors :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

2. Devant une différence de deux termes qu'on a à factoriser, il sera bon de penser à l'identité remarquable

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Exemple : factoriser $x^2 - 7$; repérer que 7 est le carré de $\sqrt{7}$ et alors, on pourra écrire

$$x^2 - 7 = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})$$

3. Il est d'usage de présenter les résultats des développements sous forme ordonnée suivant les puissances d'une variable choisie.

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (x + 4)^2$$

$$B = (5 + x)^2$$

$$C = (3x + 7)^2$$

$$D = (2x + 3)^2$$

$$E = (7 + 2x)^2$$

$$F = (3 + 4y)^2$$

$$G = (x - 2)^2$$

$$H = (2x - 5)^2$$

$$I = (3 - 2x)^2$$

$$J = (7x - 3)^2$$

$$K = (x - 7)(x + 7)$$

$$L = (2x - 3)(2x + 3)$$

$$M = (3x + 7)(3x - 7)$$

$$N = (-5x - 2)(-5x + 2)$$

$$O = (2 + 4x)(4x - 2)$$

$$P = (x + 0,1)^2$$

$$Q = (0,2y - 5)^2$$

$$R = (2y - 0,3)(0,3 + 2y)$$

$$S = (-5x + 2)^2$$

$$T = (4 + y)(y - 4)$$



Correction

$A = (x + 4)^2$ est de la forme $(a + b)^2$ avec $a = x$ et $b = 4$. Donc :

$$A = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$$

$$A = x^2 + 8x + 16$$

$B = (5 + x)^2$ est de la forme $(a + b)^2$ avec $a = 5$ et $b = x$. Donc :

$$B = 5^2 + 2 \times 5 \times x + x^2$$

$$B = 25 + 10x + x^2$$

$$B = x^2 + 10x + 25$$

$C = (3x + 7)^2$ est de la forme $(a + b)^2$ avec $a = 3x$ et $b = 7$. Donc :

$$C = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 7 + 7^2$$

$$C = 9x^2 + 42x + 49$$

$D = (2x + 3)^2$ est de la forme $(a + b)^2$ avec $a = 2x$ et $b = 3$. Donc :

$$D = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

$$D = 4x^2 + 12x + 9$$

$E = (7 + 2x)^2$ est de la forme $(a + b)^2$ avec $a = 7$ et $b = 2x$. Donc :

$$E = 7^2 + 2 \times 7 \times 2x + (2x)^2$$

$$E = 49 + 28x + 4x^2$$

$$E = 4x^2 + 28x + 49$$

$F = (3 + 4y)^2$ est de la forme $(a + b)^2$ avec $a = 3$ et $b = 4y$. Donc :

$$F = 3^2 + 2 \times 3 \times 4y + (4y)^2$$

$$F = 9 + 24y + 16y^2$$

$$F = 16y^2 + 24y + 9$$

$G = (x - 2)^2$ est de la forme $(a - b)^2$ avec $a = x$ et $b = 2$. Donc :

$$G = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2$$

$$G = x^2 - 4x + 4$$

$H = (2x - 5)^2$ est de la forme $(a - b)^2$ avec $a = 2x$ et $b = 5$. Donc :

$$H = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2$$

$$H = 4x^2 - 20x + 25$$

$I = (3 - 2x)^2$ est de la forme $(a - b)^2$ avec $a = 3$ et $b = 2x$. Donc :

$$I = 3^2 - 2 \times 3 \times 2x + (2x)^2$$

$$I = 9 - 12x + 4x^2$$

$$I = 4x^2 - 12x + 9$$

$J = (7x - 3)^2$ est de la forme $(a - b)^2$ avec $a = 7x$ et $b = 3$. Donc :

$$J = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 3 + 3^2$$

$$J = 49x^2 - 42x + 9$$

$K = (x - 7)(x + 7)$ est de la forme $(a - b)(a + b)$ avec $a = x$ et $b = 7$. Donc :

$$K = x^2 - 7^2$$

$$K = x^2 - 49$$

$L = (2x - 3)(2x + 3)$ est de la forme $(a - b)(a + b)$ avec $a = 2x$ et $b = 3$. Donc :

$$L = (2x)^2 - 3^2$$

$$L = 4x^2 - 9$$

$M = (3x + 7)(3x - 7)$ est de la forme $(a - b)(a + b)$ avec $a = 3x$ et $b = 7$. Donc :

$$M = (3x)^2 - 7^2$$

$$M = 9x^2 - 49$$

$$N = (-5x - 2)(-5x + 2) \text{ est de la forme } (a - b)(a + b) \text{ avec } a = -5x \text{ et } b = 2. \text{ Donc :}$$

$$N = (-5x)^2 - 2^2$$

$$N = 25x^2 - 4$$

$$O = (2 + 4x)(4x - 2)$$

$$O = (4x + 2)(4x - 2) \text{ est de la forme } (a - b)(a + b) \text{ avec } a = 4x \text{ et } b = 2. \text{ Donc :}$$

$$O = (4x)^2 - 2^2$$

$$O = 16x^2 - 4$$

$$P = (x + 0, 1)^2 \text{ est de la forme } (a + b)^2 \text{ avec } a = x \text{ et } b = 0,1. \text{ Donc :}$$

$$P = x^2 + 2 \times x \times 0,1 + 0,1^2$$

$$P = x^2 + 0,2x + 0,01$$

$$Q = (0, 2y - 5)^2 \text{ est de la forme } (a - b)^2 \text{ avec } a = 0,2y \text{ et } b = 5. \text{ Donc :}$$

$$Q = (0,2y)^2 - 2 \times 0,2y \times 5 + 5^2$$

$$Q = 0,04y^2 - 2y + 25$$

$$R = (2y - 0,3)(0,3 + 2y)$$

$$R = (2y - 0,3)(2y + 0,3) \text{ est de la forme } (a - b)(a + b) \text{ avec } a = 2y \text{ et } b = 0,3. \text{ Donc :}$$

$$R = (2y)^2 - 0,3^2$$

$$R = 4y^2 - 0,09$$

$$S = (-5x + 2)^2$$

$$S = (2 - 5x)^2 \text{ est de la forme } (a - b)^2 \text{ avec } a = 2 \text{ et } b = 5x. \text{ Donc :}$$

$$S = 2^2 - 2 \times 2 \times 5x + (5x)^2$$

$$S = 4 - 20x + 25x^2$$

$$S = 25x^2 - 20x + 4$$

$$T = (4 + y)(y - 4)$$

$$T = (y + 4)(y - 4) \text{ est de la forme } (a - b)(a + b) \text{ avec } a = y \text{ et } b = 4. \text{ Donc :}$$

$$T = y^2 - 4^2$$

$$T = y^2 - 16$$