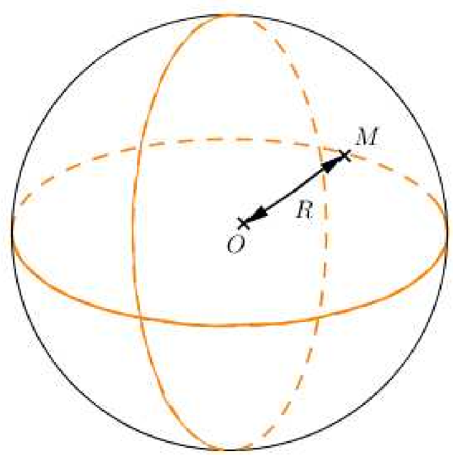
Sphère et géométrie dans l'espace

Prérequis :
Tu as déjà étudié, les années précédentes, quelques solides de l'espace.Tu pourras donc avoir besoin de réutiliser certaines notions les concernant en particulierles formules de volumes et d'aires. A l'intérieur de ces solides tu utiliseras souventdes propriétés de géométrie plane comme le théorème de Thalès ou celui de Pythagore.Tu dois donc maîtriser toutes ces propriétés et la façon de les utiliser pour pouvoirmettre en application ce que tu verras dans ce chapitre.

Enjeu :
Ce chapitre complète le cours que tu as eu jusqu'à présent sur la géométriedans l'espace. De nouvelles notions de géométrie dans l'espace seront ensuite étudiées en seconde et en terminale S. Il est donc important d'avoir bien compris ce chapitre en troisièmepour pouvoir ensuite aborder sereinement les classes de lycée.

I. Sphère

Définition :
On appelle **sphère** de centre O et de rayon Rl'ensemble des points M de l'espace tels que $OM = R$.



Définition :
On appelle **boule** de centre O et de rayon R l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM \leqslant R$.

Remarque : Une sphère est donc l'enveloppe extérieure d'une boule. Il s'agit, dans l'espace,de la même différence qui existe entre un cercle et un disque, dans le plan.

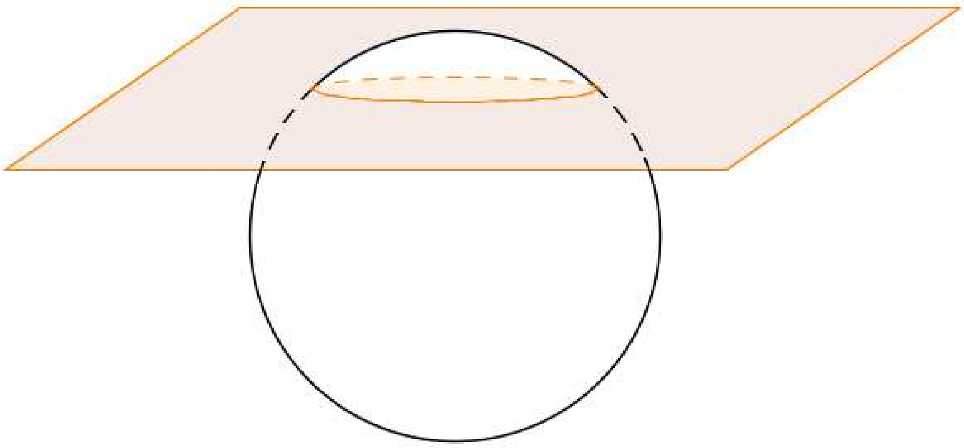
Propriété :
- Le volume d'une boule de rayon R est $\mathscr{V} = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.
- L'aire d'une sphère de rayon R est $\mathscr{A} = 4\pi R^2$.

Exemple : Si $R = 2$ cm alors :
- le volume de la boule est $\mathscr{V} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 2^3 = \dfrac{32\pi}{3}$ cm$\hat{3}$
- l'aire de la sphère est $\mathscr{A} = 4 \times \pi \times 2^2 = 16\pi$ cm$\hat{2}$

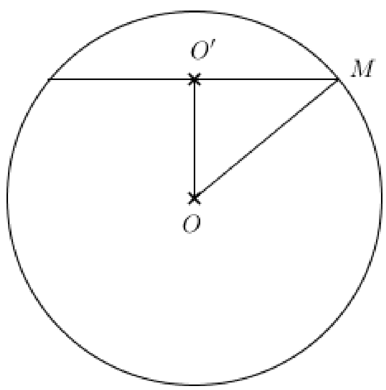
II. Section d'une sphère par un plan

Définition :
On appelle section d'un solide par un plan, l'intersection de ce solideet du plan.

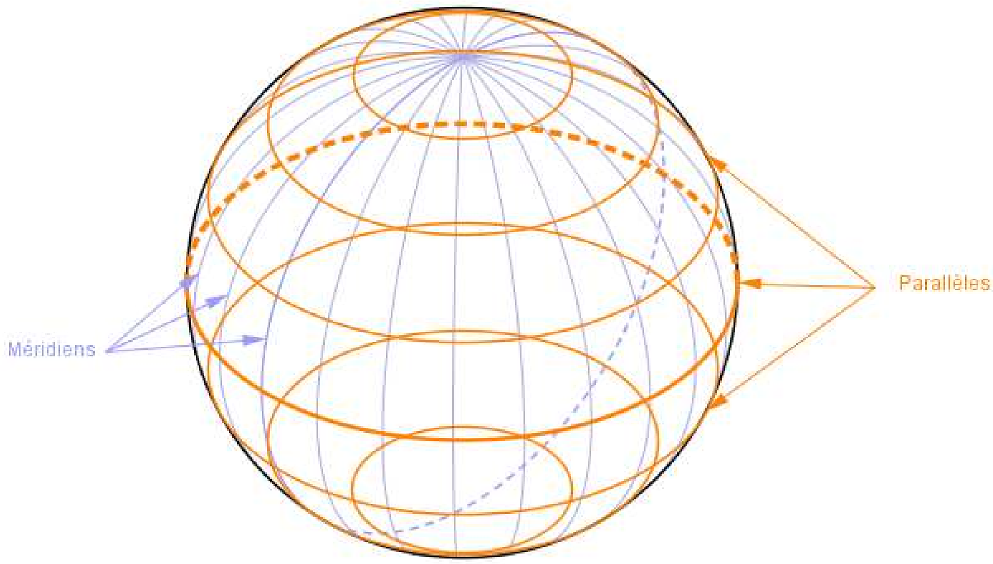
Propriété :
La section d'un sphère par un plan est un cercle.



Remarque : Il existe deux cas extrêmes :
- le cercle est réduit à un point. On dit alors que le cercle est **tangent** à la sphère.
- le plan passe par le centre de la sphère. La section est alors un grand cercle de la sphère. Il partage la sphère en deux demi-sphères.Dans le cas, du globe terrestre, cela correspond par exemple à l'équateur.



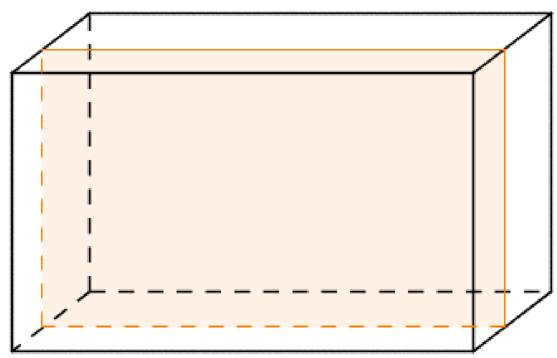
Si on appelle O' le centre du cercle de section et O le centre de lasphère, alors la droite (OO') est perpendiculaire au plan de section.
Le point M étant un point de la sphère, la distance OM est égale aurayon du cercle. On peut ainsi appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle $OO'M$si on connaît une deuxième longueur pour calculer la longueur manquante.
En géographie, on repère les points sur le globe terrestre à l'aide de parallèles et de méridiens.

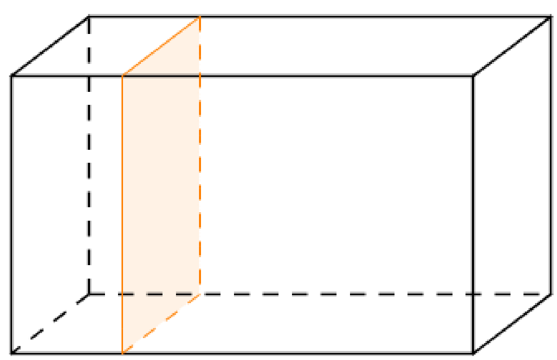


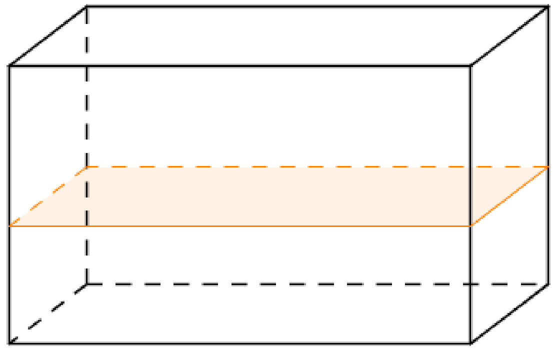
III. Section de solides par un plan

Propriété :
La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face ou à une arête est un rectangle.

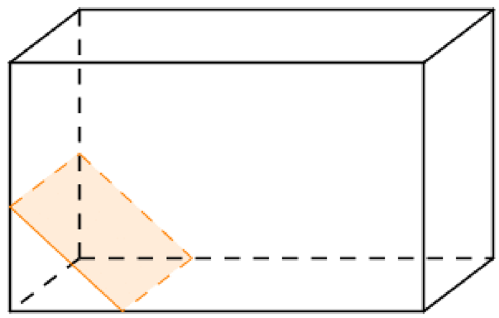
- le plan est parallèle à l'une des faces



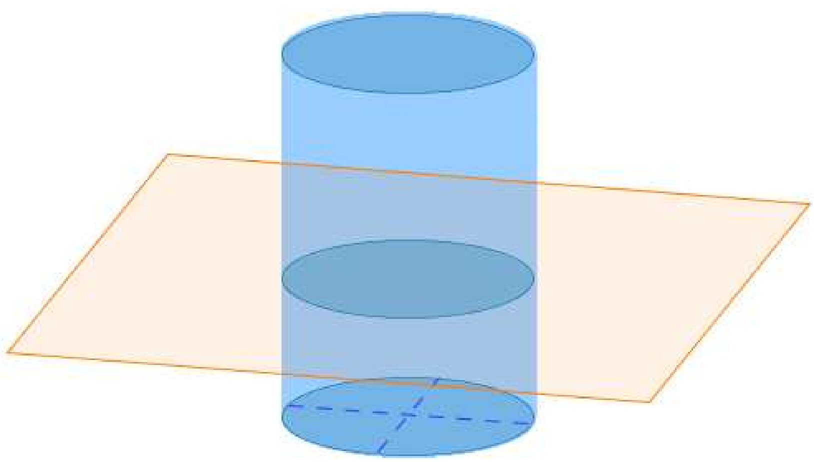




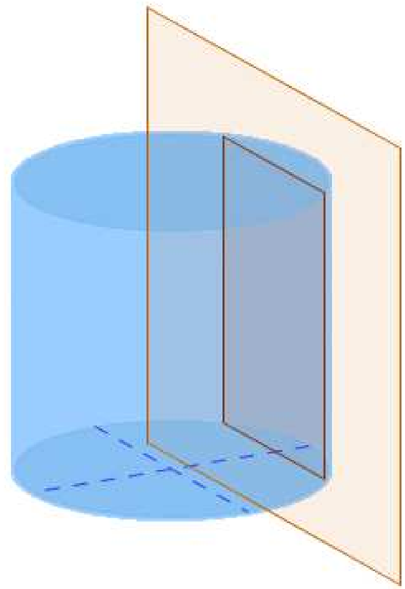
- le plan est parallèle à une arête.



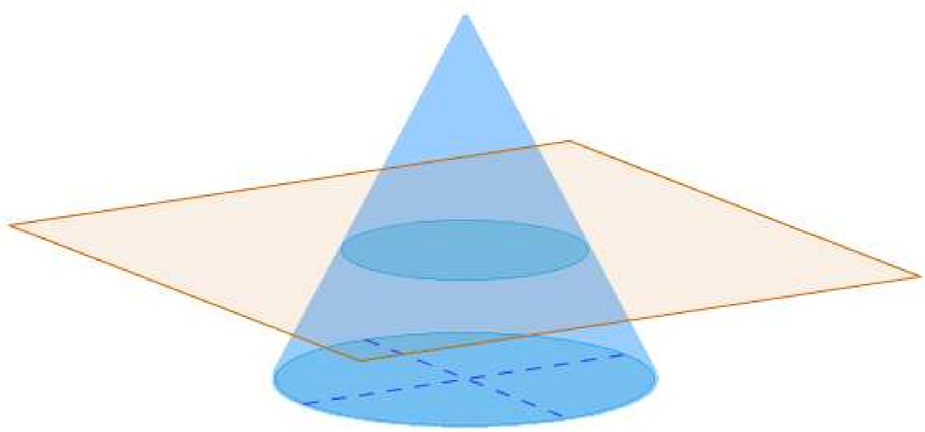
Propriété :
La section d'un cylindre de révolution de rayon R par un plan perpendiculaire àl'axe de révolution est un disque de rayon R et dont le centre appartient à l'axede révolution du cylindre.



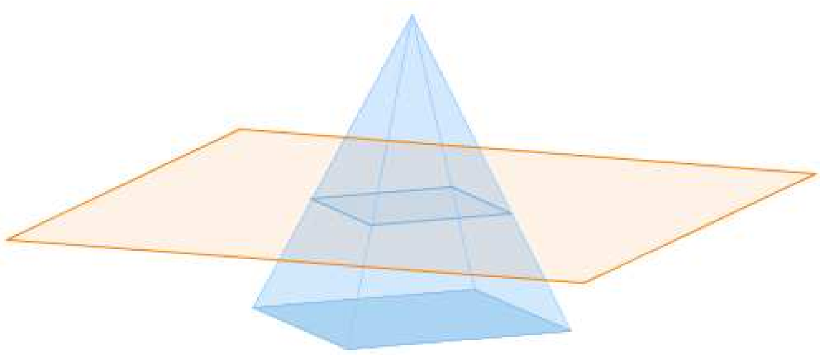
Propriété :
La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à l'axe de révolution est un rectangle.



Propriété :
La section d'un cône de révolution par un plan parallèle au disque de base est est un disque . Ce disque est une réduction du disque de base du cône.



Propriété :
La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base estpolygone. Ce polygone est une réduction du polygone de base.



Remarque : Ces deux dernières propriétés nous permettent d'utiliser le théorème deThalès. Tous les rapports seront égaux au coefficient de réduction.