

-----> **Activité****Objectifs :**

- Savoir calculer des longueurs dans une configuration de Thalès.
- Savoir démontrer que deux droites ne sont pas parallèles.
- Savoir démontrer que deux droites ne sont pas parallèles.

I. Théorème de Thalès - Configuration en papillon**Propriété:**

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en un point A.

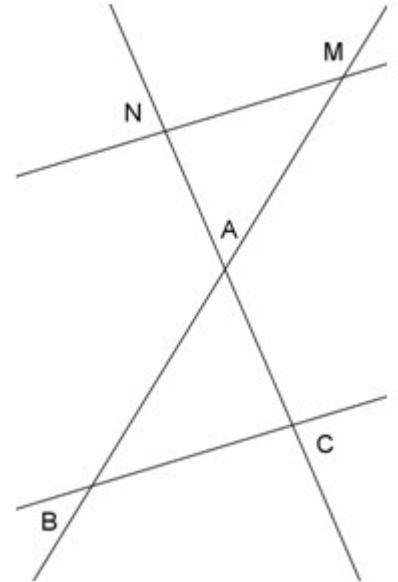
Soient B et M deux points de la droite (d), distincts du point A.

Soient C et N deux points de la droite (d'), distincts du point A.

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles alors :

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$$

EXERCICES : (Trouver les rapports)

**1. Calculer des longueurs**

Comme pour la configuration classique du théorème de Thalès, cette propriété permet de calculer des longueurs.

Exemples:

Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. On donne $AM = 2$ cm, $BM = 8$ cm et $AN = 3$ cm

Calculer AC.

Les points N, A et C sont alignés ainsi que les points M, A et B.

De plus, les droites (AB) et (FG) sont parallèles.

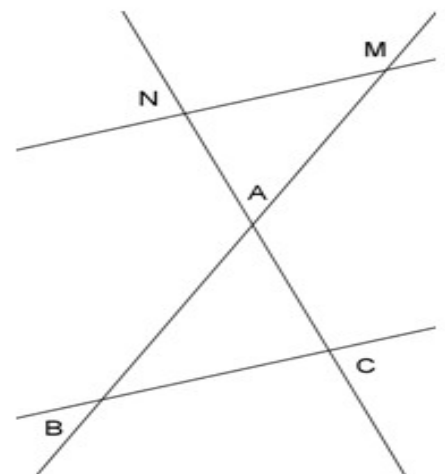
Donc, d'après le théorème de Thalès, on a:

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

$$\text{C'est-à-dire } \frac{2}{5} = \frac{AC}{3} = \frac{BC}{MN}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{AC}{3} \text{ donc } AC = \frac{2 \times 3}{5} = 1,2 \text{ cm}$$

Donc, le segment [AC] mesure 1,2 cm.



EXERCICES : (calculs de longueurs avec le sens direct)

2. Montrer que deux droites ne sont pas parallèles

La propriété précédente permet d'affirmer que Si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, ALORS (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.
Il s'agit en effet de la **contraposée** du théorème de Thalès.

Exemple : Les droites (AE) et (OI) sont-elles parallèles ?

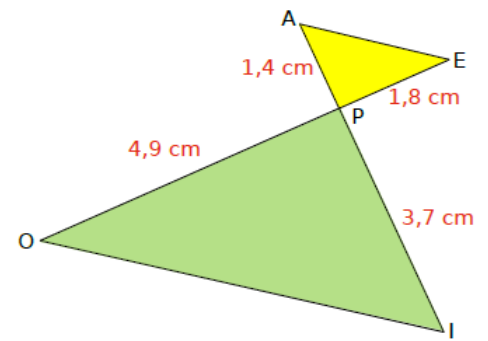
Les points A, P et I sont alignés ainsi que les points E, P et O.

Calculons séparément les rapports $\frac{PA}{PI}$ et $\frac{PE}{PO}$:

$$\frac{PA}{PI} = \frac{1,4}{3,7} \quad \text{et} \quad \frac{PE}{PO} = \frac{1,8}{4,9}$$

Par un produit en croix, on a $1,4 \times 4,9 = 6,86$ et $3,7 \times 1,8 = 6,66$.

On remarque que $\frac{PA}{PI} \neq \frac{PE}{PO}$ donc d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (AE) et (OI) ne sont pas parallèles.



EXERCICES : (Montrer que deux droites ne sont pas parallèles)

II. Réciproque du théorème de Thalès

Théorème:

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en un point A.

- les points B, A et M sont alignés dans cet ordre
- les points C, A et N sont alignés dans cet ordre

- $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$

alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

La réciproque du théorème de Thalès permet de montrer que deux droites sont parallèles.

Exemples :

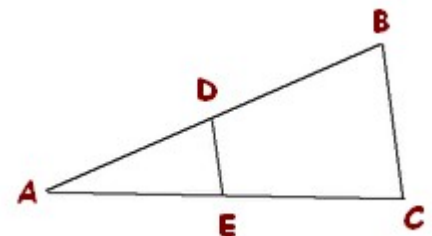
1) Configuration de base :

Soit ABC un triangle tel que AB = 6 cm ; AC = 9 cm et BC = 3 cm.

On place un point D appartenant au segment [AB] tel que AD = 2 cm

et un point E appartenant au segment [AC] tel que AE = 3 cm.

Montrons que (DE) et (BC) sont parallèles.



Les points A, D et B ainsi que les points A, E et C sont alignés dans le même ordre.

Calculons $\frac{AE}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ et $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

On remarque que $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

2) Configuration en papillon

Montrer que les droites (HT) et (LA) sont parallèles.

Les points M, O et L ainsi que les points P, O et K sont alignés dans le même ordre.

$$\text{Calculons } \frac{OM}{OL} = \frac{4,5}{6,3} \text{ et } \frac{PO}{OK} = \frac{2,5}{3,5}$$

$$\text{Or } 4,5 \times 3,5 = 15,75 \text{ et } 6,3 \times 2,5 = 15,75$$

Donc $\frac{OM}{OL} = \frac{PO}{OK}$, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MP) et (KL) sont parallèles.

EXERCICES : (Réciproque du théorème de Thalès, Bilan)

