DM : 72, 73, 74 p. 264

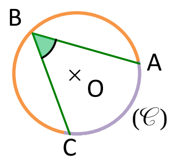
I – Angle inscrit & angle au centre

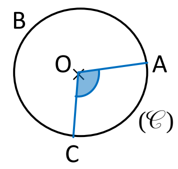
1. Rappels

Définition

Soient ($\mathscr{C}$) un cercle de centre O, et A, B, C trois points distincts de ce cercle. On appelle :

- **angle inscrit l'angle $\widehat{ABC}$ (ou $\widehat{BCA}$, ou encore $\widehat{CAB}$) ;**
- **angle au centre l'angle $\widehat{AOC}$ (ou $\widehat{BOA}$, ou encore $\widehat{COB}$) ;**
- **petit arc de cercle $\overset{\frown}{AC}$ l'arc de cercle violet ;**
- **grand arc de cercle $\overset{\frown}{AC}$ l'arc de cercle orange.**





Remarque

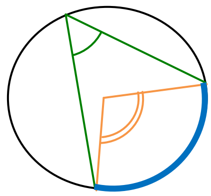
Par rapport à l'angle $\widehat{ABC}$, il y a forcément l'un des deux arcs $\overset{\frown}{AC}$ qui se trouve entre les côtés de cet angle, ici le petit. On dit alors que **l'angle $\widehat{ABC}$ intercepte le petit arc $\overset{\frown}{AC}$**.

Interrogation orale : 1, 2, 3 p. 255	En classe : 21, 22, 23, 24 p. 258	Exercices : 25, 26, 27 p. 258

2. Propriétés

Propriété 1

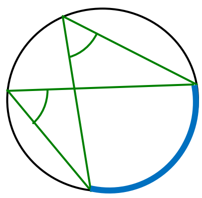
Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc de cercle, alors l'angle au centre mesure le double de l'angle inscrit.



Exemple : Nommer les points de la figure et trouver deux égalités traduisant cette propriété (l'une concernant l'angle au centre et l'autre concernant l'angle inscrit).

Propriété 2

Dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc de cercle, alors ils ont la même mesure.

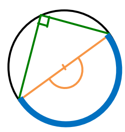


Exemple : Nommer les points de la figure et trouver l'égalité traduisant cette propriété.

Remarque

Cas particulier : Si l'angle au centre est plat (= 180°), alors l'angle inscrit qui intercepte le même arc de cercle mesurera 180 ÷ 2 = 90° : c'est un angle droit !

On retrouve ainsi une propriété énoncée l'année dernière.



Interrogation orale : 4, 5 p. 255	En classe : 8, 9 p. 256 + 43 p. 260	Exercices : 10, 11 p. 256 + 41 p. 260

II – Polygones réguliers

1. Définition

Définitions

Un <u>polygone régulier</u> est un polygone qui a tous ses côtés de même longueur et tous ses angles de même mesure. On constate que tous les sommets d'un polygone régulier appartiennent à un même cercle. On dit que le polygone est <u>inscrit</u> dans ce cercle et le centre de ce cercle est appelé <u>centre du polygone régulier</u>.

Exemple : On sait qu'un triangle équilatéral possède trois côtés de même longueur et trois angles égaux. C'est donc un polygone régulier à 3 côtés. Sur chaque figure du paragraphe 2, O est le centre du polygone.

2. Propriétés

Propriété

Si un polygone est inscrit dans un cercle et a tous ses côtés de même mesure, alors il est régulier.

Exemple : Un rectangle ABCD a ses diagonales de même longueur et qui se coupent en leur milieu O. Donc OA = OB = OC = OD, ce qui signifie que chaque point A, B, C et D se trouve sur un même cercle de centre O. Est-ce que le rectangle est un polygone régulier ? Pourquoi ? Comment le « transformer » pour qu'il en devienne un ?

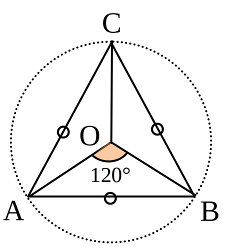
Propriété

Soit un polygone régulier à n côtés (n est un nombre entier naturel). Si A et B sont deux points consécutifs de ce polygone, alors $\widehat{AOB} = \dfrac{360\,°}{n}$.

Cet angle est appelé <u>angle au centre du polygone régulier</u>.

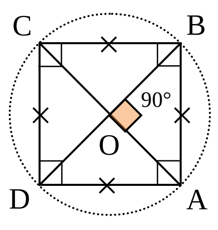
Exemples :

n = 3



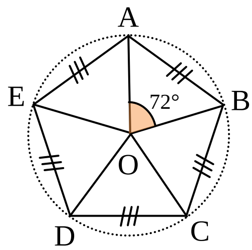
$\widehat{AOB} = \dfrac{360\,°}{3}$

n = 4



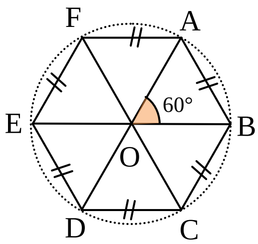
$\widehat{AOB} = \dfrac{360\,°}{4}$

n = 5



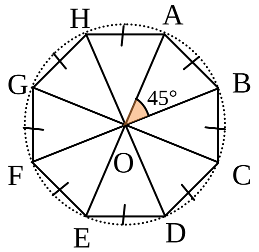
$\widehat{AOB} = \dfrac{360\,°}{5}$

n = 6



$\widehat{AOB} = \dfrac{360\,°}{6}$

n = 7



$\widehat{AOB} = \dfrac{360\,°}{7}$

On peut aussi calculer les angles des polygones (par exemple $\widehat{ABC}$) en utilisant des triangles isocèles de sommet O. Par exemple, pour $n = 5$, l'angle au centre mesure 72 °. Par conséquent, puisque la somme des angles d'un triangle est égale à 180 °, on a :

$$\widehat{BAO} = \widehat{ABO} = \frac{180 - 72}{2} = \frac{108}{52} = 54\,° \text{ et } \widehat{BCO} = \widehat{CBO} = 54°.$$

Par conséquent, on a :

$$\widehat{ABC} = \widehat{ABO} + \widehat{CBO} = 54 + 54 = 108°.$$

Interrogation orale :	En classe :	Exercices :
6, 7 p. 255	13, 14, 15 p. 257	16, 17 p. 257 + 38, 39 p. 259